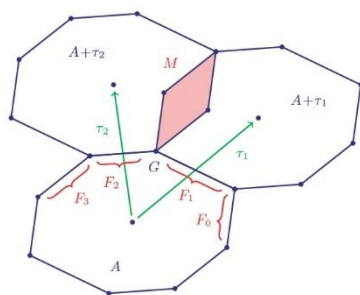


A Fuglede-sejtés bizonyítása konvex testekre

Bent Fuglede, világhírű dán matematikus 1974-ben bevezette a „spektrális halmazok” fogalmát. Ez olyan matematikai halmazokat takar, amelyeken Fourier-analízis végezhető, vagyis amelyekre spektrálanalízist (szinképelemzést) lehet végezni. Fuglede azt sejtette, hogy pontosan azok a halmazok spektrálisak, amelyekkel a teret eltolásokkal parkettázni lehet. Ezzel Fuglede kapcsolatot fogalmazott meg analitikus és geometriai tulajdonságok között.

A sejtéssel kapcsolatban sok részeredmény született, az egyik áttörést a Fields-érmes Terence Tao tette meg. Ugyan a sejtés teljes általánosságban nem igaz, de fontos speciális esetekben az. Kérdés maradt, igaz-e minden konvex testre tetszőlegesen magas dimenzióban? Nir Lev és Matolcsi Máté ezt a kérdést választották meg: belátták, hogy egy konvex test pontosan akkor spektrális, ha eltolásokkal parkettázza a teret.

A bizonyítás kulcsa egy új fogalom bevezetése volt: egy H alakzat gyengén parkettáz, ha a teret egyrégtűen le lehet fedni H -nak „súlyozott” eltolt példányaival. Itt arra kell gondolni, hogy ha vannak 1 cm vastagságú parkettáink, akkor remélhetjük, hogy azokat egymás mellé illesztve a szobát le tudjuk parkettázni. Ha a darabok „rossz” alakúak, akkor nem tudjuk egymás mellé helyezni, rések maradnak. Megoldás lehet, ha $\frac{1}{2}$ cm vastagságú darabokat úgy csúsztatunk egymás fölé, hogy a szoba minden pontján pontosan két lap legyen fedésben, így a szoba padlója egyenletesen 1 cm vastagságban lesz befedve (1. ábra). A bizonyítás során az derült ki, hogy a spektrális halmazoknak megvan ez a gyengén parkettázó tulajdonsága, és a konvex testek esetében ez már elvezet a valódi parkettázási tulajdonsághoz. Az eredményt bemutató cikk a matematika egyik legmagasabban jegyzett folyóiratában, az Acta-ban került közlésre.



1. ábra: Az A konvex alakzat eltoltjai a satírozott régióban metszik egymást, így az ábrázolt eltolt példányok csak 1-nél kisebb súllyal szerepelhetnek.